

文献标识码: B 文章编号: 1003-0492 (2021) 12-068-05 中图分类号: TP29

数控系统切割中拐角NURBS插补处理算法

NURBS Interpolation Algorithm for Corner Cutting in CNC System

★ 封雨鑫, 高琳琪, 余强 (深圳市大族智能控制科技有限公司, 广东 深圳 518101)

摘要: 针对目前复杂零件的高速、高精加工需求, 提出一种拐角处NURBS样条处理方法。算法可在满足轮廓加工精度的前提下, 将拐角处的尖角用NURBS样条插补出来。该方法通过对基函数求一二阶导, 计算曲线曲率, 确定拐点位置, 根据弓高误差计算拐点处能达到的最大速度。插补时, 结合速度规划, 根据一阶泰勒展开反算插补点, 代入样条解析式求出插补坐标, 完成拐角处NURBS轨迹插补。与原始轨迹相比, 该算法在拐角处速度大于原始轨迹速度, 由速度曲线可看出能更快完成切割任务。由插补结果来看, 采用该方法后, 轨迹在精度范围内, 且能够保证原始轨迹形态。所以该方法在保证精度和速度连续的前提下, 可有效提高切割速度, 提高加工效率。

关键词: NURBS样条; 拐角; 插补; 轮廓误差; 数控系统

Abstract: Aiming at the high speed and high precision machining requirements of complex parts, a corner NURBS spline processing method is proposed. The algorithm can interpolate the sharp corners with NURBS splines, which is satisfying the accuracy of contour machining. By calculating the first and second derivatives of the basis function, the curvature of the curve is calculated, the position of inflection point can be determined, then the maximum velocity can be reached at the inflection point is calculated according to the error of the bow height. During the interpolation process, the interpolation points are calculated in reverse according to the first-order Taylor expansion, and the interpolation coordinates can be obtained by substituting the analytical expression of splines to complete the NURBS interpolation of the corner. Compared with the original trajectory, the speed of the algorithm at the corner is greater than the original speed, and it can be seen from the velocity curve that the algorithm can complete the cutting task faster. According to the interpolation results, the trajectory is within the precision range and can guarantee the original trajectory shape. Therefore, this method can effectively improve the cutting speed and machining efficiency on the premise of ensuring the accuracy and speed continuity.

Key words: NURBS spline; Corner; Interpolation; Contour error; CNC system

1 引言

在数控加工过程中, 必然存在复杂轨迹的切割任务。如果数控系统直接按照NC代码编写的指令进行切割, 不对相邻两段轨迹连接处的拐角做处理, 定会造成数控机床电机的频繁起停, 对机床冲击大, 并且难以提高切割效率^[1]。

针对这一问题, 国内外已有不少研究人员进行了研究。Zhang Lixian^[2]等人提出利用线性加减速模型, 根据机床能够达到的最大加速度, 计算出在拐角处的最大速度, 该方法提高了加工效率, 但不能保证拐角处的精度。李冬冬^[3]等人对速度和加速度进行三次滤波, 生成高阶平滑的速度和加速度, 实现平滑转接并能控制拐角的轮廓误差。该方法考虑单轴轨迹速度, 并要做三次卷积, 且滤波时间等参数的选取会影响位置的同步和路径跟踪的效果。王勇^[4]等通过缝合拐角转接轮廓的中点来形成新的过渡路径, 通过跳读限制轨迹加速度变化, 达到平滑转接的目的。该方法的效果和驱动器的性能及参数选取有关。李文森^[5]等提出用羊角曲线过渡拐角的方法, 确定光顺直线长度和敏感点速度, 结合速度规划生成插补指令。戚克强^[6]通过调整参数, 合理地调用编程指令, 实现了轨迹内拐角加工路径之间速度的衔接和轨迹的平滑过渡。但这种方法需要合理地调整机床参数, 且对指令编写有要求, 对加工人员的经验要求高, 所以达不到系统的智能化要求。ZhanMe^[7]等人另一种方法是在拐角处拟合出符合精度的样条曲线, 实现轨迹和加工速度的平滑过渡。但该方法对速度规划模型要求

较高。潘海鸿^[8]等将NURBS样条应用于复杂轨迹插补中,提出自适应加速度NURBS样条插补算法,从速度连续性出发,实现轨迹的平滑和高精度加工。参考这篇文章的方法,本文把NURBS样条的插补算法应用在拐角中,处理拐角处速度为零带来的电机频繁起停问题,并利用NURBS样条解析式确定、易于分析、计算稳定且速度快的特点,保证拐角处轨迹的平稳过渡和精度可控。

2 NURBS样条拐角过渡模型

2.1 NURBS样条拐角过渡模型

NURBS样条拐角过渡模型如图1所示。

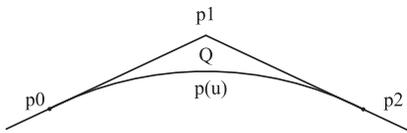


图1 NURBS拐角过渡模型

对于两段相邻线段,在连接处用NURBS样条 $p(u)$ 过渡,图中所示 P_0 , P_1 为过渡样条与原始线段的切点,即样条起点。 Q 为样条 $p(u)$ 的顶点, P_1 为原拐角顶点。采用NURBS样条过渡拐角时,控制顶点选取线段上若干点,权重和节点矢量根据控制点的选取和拟合精度灵活变化。

根据模型可以看出,对应原轨迹拐角点 P_1 ,过渡样条拐角为 Q ,是样条上曲率极大值点,该点处为局部速度最小值点。首先,需要确定拐角处对应的参数,那就需要确定样条上各点曲率,找到曲率极大值点。其次,确定参数后,根据弓高误差计算符合精度的过渡速度。最后,结合速度规划模型,利用泰勒一阶展开反算插补点坐标,完成拐角处的样条插补。

2.2 NURBS样条定义

k 次NURBS样条可表示为分段有理多项式函数^[9],如式(1)所示:

$$p(u) = \frac{\sum_{i=0}^n \omega_i d_i N_{i,k}(u)}{\sum_{i=0}^n \omega_i N_{i,k}(u)}, 0 \leq u \leq 1 \quad (1)$$

式中, $\omega_i (i=0,1,\dots,n)$ 为权因子,控制顶点 $d_i (i=0,1,\dots,n)$,两者之间相互联系;首末权因子 $\omega_0, \omega_n > 0$,其余 $\omega_i \geq 0$,顺序 k 个权因子不同时

为零。 $N_{i,k}(u)$ 是 k 次规范B样条基函数,由节点矢量 $U = [u_0, u_1, \dots, u_{n+k+1}]$ 按德布尔-考克斯递推公式确定。

3 基于NURBS样条的拐角插补算法

3.1 NURBS基函数导矢计算

实际插补过程中,较少用到整条曲线的计算,一般会计算在某个非零节点区间内对应的B样条基函数及其导数。在插补预处理时,计算曲率和在弓高误差下的速度都需要用到NURBS样条的一二阶导矢。那么,需要确定NURBS样条的一二阶导矢,而确定NURBS样条表达式的导矢,只要对基函数求导即可。

B样条基函数定义为德布尔-考克斯递推公式,如式(2)所示:

$$\begin{cases} N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1, & \text{若 } u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \\ N_{i,k}(u) = \frac{u-u_i}{u_{i+k}-u_i} N_{i,k-1}(u) + \frac{u_{i+k+1}-u}{u_{i+k+1}-u_{i+1}} N_{i+1,k-1}(u) \\ \text{确定 } \frac{0}{0} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

根据德布尔-考克斯递推公式可知,B样条基函数的导矢公式如式(3)所示:

$$\begin{cases} \frac{d}{du} N_{i,k} = k \left[\frac{N_{i,k-1}(u)}{u_{i+k}-u_i} - \frac{N_{i+1,k-1}(u)}{u_{i+k+1}-u_{i+1}} \right] \\ \text{确定 } \frac{0}{0} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

式(2)表明,对B样条基函数 $N_{i,k}(u)$ 求一阶导数,即将式(2)中两个低一次的B样条的系数对 u 求一阶导数,然后乘以次数 k 。

在一阶导数基础上,对式(3)中第一个等式两边对求导。括号中两个分式的分子为基函数形式,他们的导矢即为式(3)第一个等式的形式,代入即可求出基函数的二阶导,如式(4)所示:

$$\frac{d^2}{du^2} N_{i,k}(u) = \left[\frac{\frac{N_{i,k-2}(u)}{(u_{i+k-1}-u_i)(u_{i+k}-u_i)} - \frac{N_{i+1,k-2}(u)}{(u_{i+k}-u_{i+1})(u_{i+k+1}-u_{i+1})}}{\frac{N_{i+1,k-2}(u)}{(u_{i+k}-u_{i+1})(u_{i+k+1}-u_{i+1})}} + \frac{N_{i+2,k-2}(u)}{(u_{i+k+1}-u_{i+2})(u_{i+k+1}-u_{i+1})}} \right] \quad (4)$$

根据数学求导法则,对式(1)两边对 u 求一阶导,即可得到NURBS曲线解析式一阶导矢的表达式,如式(5)所示:

$$p'(u) = \frac{\sum_{i=0}^n w_i d_i N'_{i,k}(u) \sum_{i=0}^n w_i N_{i,k}(u) - \sum_{i=0}^n w_i d_i N_{i,k}(u) \sum_{i=0}^n w_i N'_{i,k}(u)}{\left[\sum_{i=0}^n w_i N_{i,k}(u) \right]^2} \quad (5)$$

把式(3)中第一个等式代入上式,即可求得NURBS曲线一阶导矢的计算公式。

对式(5)两边对 u 求导,即可得到NURBS曲线的二阶导矢计算公式,如式(6)所示:

$$p''(u) = \frac{\left[\sum_{i=0}^{n-2} w_i d_i N'_{i,k}(u) \cdot \sum_{i=0}^n w_i N_{i,k}(u) - \sum_{i=0}^n w_i d_i N_{i,k}(u) \cdot \sum_{i=0}^{n-2} w_i N'_{i,k}(u) \right] \cdot \sum_{i=0}^n w_i N_{i,k}(u) - 2 \left(\sum_{i=0}^{n-1} w_i d_i N'_{i,k}(u) \right) \cdot \sum_{i=0}^n w_i N_{i,k}(u) - \sum_{i=0}^n w_i d_i N_{i,k}(u) \cdot \sum_{i=0}^{n-1} w_i N'_{i,k}(u) - \sum_{i=0}^n w_i N_{i,k}(u) \cdot \sum_{i=0}^{n-1} w_i N'_{i,k}(u)}{\left[\sum_{i=0}^n w_i N_{i,k}(u) \right]^3} \quad (6)$$

把式(3)(4)代入上式,即可求得二阶导矢的值。

3.2 曲率计算

曲率计算公式如式(7)所示:

$$k(u) = \frac{p'(u) \times p''(u)}{|p'(u)|^3} \quad (7)$$

式中, $k(u)$ 为曲线的曲率, $p'(u)$ 、 $p''(u)$ 分别为曲线上节点 u 所确定的点的一阶导数和二阶导数,其结果由式(5)(6)确定。

根据NURBS拐角过渡模型可知,拐角处的NURBS轨迹形态已经确定,轨迹左右对称且必然只存在一个拐点,那么拐点必然存在于中间节点矢量区间内。当一共存奇数个节点时,中间节点即为曲率极大值点。当存在偶数个节点时,中间节点区间的中点必然为曲率极大值点。通过以上方法,就可以确定曲率极大值对应的参数 u 。

3.3 弓高误差限定下的拐点速度

确定拐点后,拐点处的速度按照弓高误差计算如式(8)所示:

$$v = \sqrt{r^2(u) - (r(u) - \delta(u))^2} \quad (8)$$

式中, $r(u)$ 为按照式(7)计算的曲率半径; $\delta(u)$ 为弓高误差,在实际加工过程中,该误差值为人为设定的精度值。该值的设定会影响样条拟合时的权重大小,精度越高,弓高误差越小,样条轨迹越靠近原始轨迹;精度越低,弓高误差越大,样条轨迹越远离原始轨迹。

根据式(8),可以计算出在拐点处的速度 v_u 。如果直接按照直线拐角规划,为了保证速度连续,拐角处第一段直线轨迹的末速度为0,下一段的初速度为0。当采用样条插补时,拐角处的速度 v_u 必然大于0,即前一段

轨迹不用减速到0,后一段轨迹初速度大于0。这样,既保证了速度连续,又缩短了加工时间。

3.4 NURBS插补点求解

确定以上计算步骤后,接下来就可以求解插补点坐标。

由于NURBS解析式的反函数难以求解,所以考虑采用数值方法近似求出轨迹轮廓的步长与解析式中参数 u 的关系^[10]。常用的数值近似方法有泰勒展开法。为了减小计算量,本文采用一阶泰勒展开法。假设数控系统插补周期为 T ,当前周期为 t_i ,参数值为 u_i ,下一个周期为 t_{i+1} ,参数值为 u_{i+1} ,那么,有如式(9)所示关系:

$$u_{i+1} = u_i + \frac{du}{dt} \Big|_{t=t_i} T + \varepsilon \Big|_{t=t_i} \quad (9)$$

切割进给速度 $V(u_i)$ 如式(10)所示:

$$V(u_i) = \left\| \frac{dp(u)}{dt} \right\|_{u=u_i} = \left\| \frac{dp(u)}{du} \right\|_{u=u_i} \frac{du}{dt} \Big|_{t=t_i} \quad (10)$$

那么有,

$$\frac{du}{dt} \Big|_{t=t_i} = \frac{V(u_i)}{\left\| \frac{dp(u)}{du} \right\|_{u=u_i}} \quad (11)$$

把式(9)代入式(7)可反算NURBS的插补节点 u ,如式(12)所示:

$$u_{i+1} = u_i + \frac{V(u_i)}{\left\| \frac{dp(u)}{du} \right\|_{u=u_i}} = u_i + \frac{V(u_i)}{\sqrt{(dx/du_i)^2 + (dy/du_i)^2 + (dz/du_i)^2}} \quad (12)$$

根据上式,在给定轮廓步长下,可反算出NURBS曲线上对应的节点值,代入式(1),可以得到插补点坐标。

3.5 算法执行逻辑

根据以上分析,可以知道拐角处NURBS样条插补的算法执行流程如图2所示。

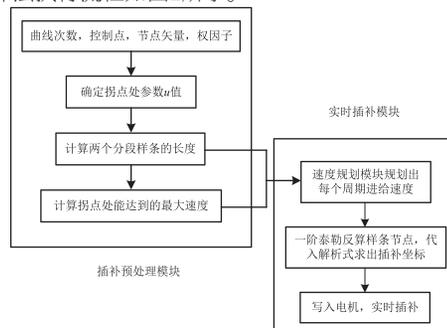


图2 拐角NURBS插补算法流程

4 计算实例

4.1 仿真计算实例

以某平面四角形为例，定义左侧第一个尖角为尖角1，逆时针旋转共四个尖角，各尖角坐标定义如下：

尖角1: (8,13.5), (7,14), (6,14.5), (5,15), (6,15.5), (7,16), (8,16.5)

尖角2: (17,6), (18,4), (19,2), (20,0), (21,2), (22,4), (23,6)

尖角3: (32,13.5), (33,14), (34,14.5), (35,15), (34,15.5), (33,16), (32,16.5)

尖角4: (23,24), (22,26), (21,28), (20,30), (19,28), (18,26), (17,24)

以上坐标点即为NURBS插补时的控制点。在相同精度下，拐角处的NURBS样条权重取{1, 1.2, 1.2, 1.2, 1.2, 1.2, 1}, 节点矢量为{0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.25, 0.5, 0.75, 1.00, 1.00, 1.00, 1.00}, 插补轨迹如图3所示。

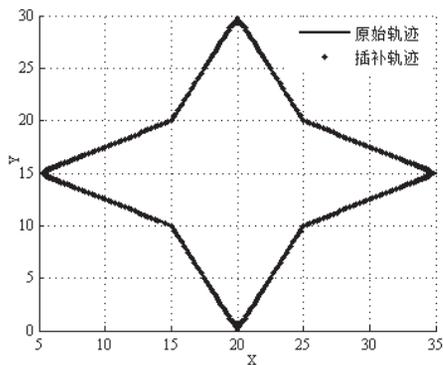


图3 四角形拐角NURBS插补轨迹图

可以看出，黑色长实线轨迹是原拐角轨迹，星号标记轨迹是插补轨迹。每个尖角处，都用NURBS样条做了拟合插补。从整体结果来看，拐角用NURBS处理后，轨迹整体形态变化不大，能够与原轨迹保持一致。

为了便于分析，将左侧第一拐角细节图放大如图4所示。可看出，拐角处的实际插补轨迹更加圆滑，符合预期插补轨迹形态。样条曲率极大值点处切线的垂线，与原轨迹拐角相交，相交距离即为精度，该精度值影响拟合时样条的权重。本文提到的实验暂不考虑精度的影响。但只要精度给定，插补轨迹形态必然一定，从而实现精度可控。

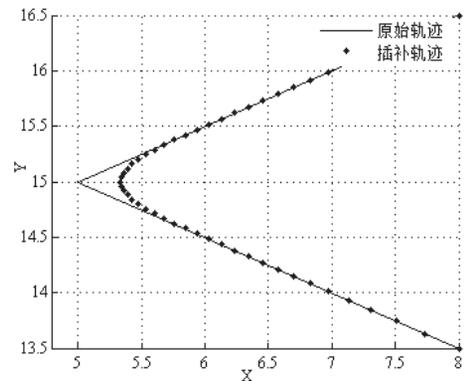


图4 第一尖角插补细节图

从插补结果来看，本文提到的算法流程正确，能够完成拐角处的NURBS样条插补。

在确定了样条的各项参数后，插补预处理模块确定拐点处的节点值，计算拐点处能达到的最大速度，然后计算各分段NURBS样条的长度，结合速度规划模块，提前规划出各周期的进给速度。在实时插补模块中，根据进给速度，用一阶泰勒反算插补节点，代入样条解析式即可求出每个时刻的插补坐标。而由于弓高误差的限制，能够计算出拐点处能达到的最大速度，大于原始尖角处的速度0，这样做提高了切割速度，减少了电机频繁起停造成的效率损失。

为了更直观地分析速度的变化，设拐角处弓高误差大小为 $10\mu\text{m}$ ，采用七段速度规划模型，对拐角处一半轨迹的速度进行规划分析，包括原始轨迹和NURBS样条。轨迹的初始速度、最大速度、加速度等参数均相同，末速度不同，得到拐角处插补速度曲线如图5所示。

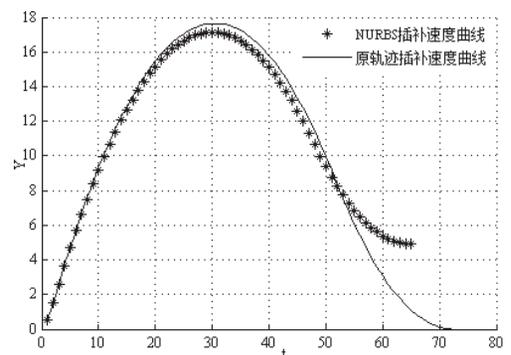


图5 速度曲线对比图

从速度曲线可以看出，当采用NURBS插补时，要比直接插补用时更短，且末速度不为零，为后续轨迹提供了初速度，加快整个切割过程。

4.2 实际切割实例

为了验证以上插补算法的正确性,在我司数控系统中做了实验验证,拟合精度为0.5mm。切割工件的NC采用五角星轨迹,分别切割了拐角处不作处理和拐角处用NURBS处理两种工件,结果如图6、7所示。



图6a 拐角无样条处理工件图

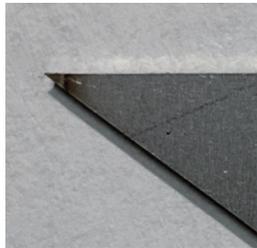


图6b 拐角细节图



图7a 拐角处样条处理后工件图

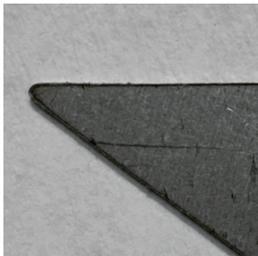


图7b 拐角细节图

根据实际切割工件可以看出,拐角处经过样条处理后,其形态更加圆滑,但其偏差是在系统允许的精度范围内,且经过处理的拐角,速度大于0,能够更快完成工件切割任务。由于本次切割实验选取的轨迹拐角较少,时间优势不足以体现。

为了验证本文提到算法在切割效率上的优势,选取了一个有984段NC的程序进行切割,轨迹中大部分都是由拐角组成,分别记录了两种方法的切割时间。当拐角

不作处理时,切割时间为65秒;当打开NURBS拐角处理功能时,切割时间为54秒。由此可以看出,相同轨迹和速度规划模型下,拐角处做NURBS样条处理后,切割时间更短,效率更高。

5 结论

为实现各种复杂轨迹间的速度平稳过渡,提高切割效率,提出了NURBS拐角过渡模型,并对NURBS插补算法中用到的各项表达式做了推导。最后通过实验,验证了算法可根据实际切割过程中的加工要求,确定拐点处的最大切割速度,实现拐角的平滑过渡。与原始直线段切割相比,缩短了切割加工时间,具有一定的应用价值。基于NURBS插补的快速性和在描述复杂图形上的优势,后续考虑在复杂轨迹上应用NURBS插补,达到全样条处理,并结合更加合理的速度规划模型和衔接点处的速度处理算法,更大程度上提高切割效率。AP

作者简介:

封雨鑫 (1988-), 男, 湖南衡阳人, 工程师, 硕士, 现就职于深圳市大族智能控制科技有限公司, 主要从事数控加工技术的研究与产品设计。

高琳琪 (1992-), 女, 陕西韩城人, 初级工程师, 硕士, 现就职于深圳市大族智能控制科技有限公司, 主要从事数控加工系统中插补算法的研究。

余强 (1996-), 男, 湖北荆州人, 初级工程师, 学士, 现就职于深圳市大族智能控制科技有限公司, 主要从事数控加工技术的研究和产品设计。

参考文献:

- [1] Dong J, Wang T, Li B, et al. Smooth feedrate planning for continuous short line tool path with contour error constraint[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2014, (76): 1 - 12.
- [2] Zhang Lixian, Sun Ruiyong, Gao Xioshan, et al. High speed interpolation for micro-line trajectory and adaptive real-time look-ahead scheme in CNC machining[J]. Science China Technological Sciences, 2011, 54 (6): 1481 - 1495.
- [3] 李冬冬, 张立强, 杨乐. 基于FIR滤波的拐角轮廓误差精确插补算法[J]. 计算机集成制造系统, 2021, 27 (1): 172 - 181.
- [4] 王勇, 张立强, 郭景浩. 基于跳读约束的重叠拐角高速加工平滑算法[J]. 计算机集成制造系统, 2020, 26 (3): 775 - 783.
- [5] 李文森, 管声启, 郑璐, 等. 一种基于羊角曲线的加工轨迹连续光滑方法[J]. 西安工程大学学报, 2019, 33 (1): 88 - 94.
- [6] 戚克强. 数控铣削内拐角加工精度优化研究[J]. 制造业信息化, 2012, (8): 50 - 51.
- [7] Zhang Mei, Yan Wei, Yuan Chunming, et al. Curve fitting and optimal interpolation on CNC machines based on quadratic B-splines[J]. Science China: Information Sciences, 2011, 41 (11): 1388 - 1400.
- [8] 潘海鸿, 易健, 刘梦, 等. 自适应增加加速度NURBS曲线前瞻插补算法研究[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2020, (11): 54 - 64.
- [9] 施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理B样条[M]. 北京: 高等教育出版社, 2013: 378 - 402
- [10] 沈洪焱. 自适应NURBS曲线插补关键技术及实现研究[D]. 浙江: 浙江大学, 2010: 22 - 23.